

**Determination of acceleration of free fall with the help of a physical pendulum**  
**Andreeva N.<sup>1</sup>, Baranova J.<sup>2</sup>, Kozlova E.<sup>3</sup>, Kornejchuk M.<sup>4</sup>, Martynova N.<sup>5</sup>, Prazina E.<sup>6</sup>**  
**(Russian Federation)**

**Определение ускорения свободного падения с помощью физического маятника**  
**Андреева Н. В.<sup>1</sup>, Баранова Я. Ю.<sup>2</sup>, Козлова Е. Р.<sup>3</sup>, Корнейчук М. А.<sup>4</sup>, Мартынова Н. С.<sup>5</sup>, Празина Е. А.<sup>6</sup> (Российская Федерация)**

<sup>1</sup>Андреева Наталья Владимировна / Andreeva Natal'ja – кандидат физико-математических наук, доцент;

<sup>2</sup>Баранова Яна Юрьевна / Baranova Jana – студент,

<sup>3</sup>Козлова Екатерина Романовна / Kozlova Ekaterina – студент;

<sup>4</sup>Корнейчук Мария Александровна / Kornejchuk Marija – студент;

<sup>5</sup>Мартынова Наталья Сергеевна / Martynova Natal'ja – студент;

<sup>6</sup>Празина Екатерина Алексеевна / Prazina Ekaterina – студент;

кафедра городского кадастра и инженерных изысканий,  
 архитектурно-строительный институт,

Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова, г. Белгород

**Аннотация:** в данной статье рассмотрены способы определения ускорения свободного падения маятниковым методом. Проанализированы два основных метода определения  $g$ : с использованием физического и оборотного маятников, с описанием их достоинств и недостатков. Опытным путем (с использованием физического маятника) получено значение ускорения свободного падения, рассчитана его относительная погрешность.

**Abstract:** this article describes the various methods for determining the acceleration of gravity pendulum method. We analyzed two basic methods of determining  $g$ : using physical and working pendulums, describing their advantages and disadvantages. Empirically (working with a pendulum) is obtained value of the acceleration of free fall, he calculated the relative error.

**Ключевые слова:** ускорение свободного падения, маятник, момент инерции, физический маятник.

**Keywords:** acceleration due to gravity, pendulum, the moment of inertia, compound pendulum.

Ускорение свободного падения  $g$ , — ускорение, придаваемое телу в вакууме силой тяжести, то есть геометрической суммой гравитационного притяжения планеты (или другого астрономического тела) и сил инерции, вызванных её вращением. В соответствии со вторым законом Ньютона, ускорение свободного падения равно силе тяжести, действующей на объект единичной массы [1, 5]. Экспериментально установлено, что ускорение свободного падения не зависит от массы падающего тела. При этом оно зависит от географической широты местности и высоты  $h$  подъема над земной поверхностью (эллипсоидальная форма земной поверхности; вращение вокруг своей оси) [2, 5, 6].

Существует множество экспериментальных способов определения ускорения свободного падения (математический маятник, пружинный маятник, физический маятник, метод Атвуда и другие). Широкое распространение получили маятниковые способы. Маятниковые измерения - относительный метод, позволяющий определить ускорение силы тяжести между гравиметрическими пунктами. Он основан на наблюдении свободных колебаний одного и того же маятника на разных гравиметрических пунктах. Независимость результатов измерений, независимость от продолжительности гравиметрического рейса и независимость от сложности гравитационного поля, а так же точность измерений являются преимуществами данных методов [3, 6]. Физический маятник - это твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через точку  $O$ , не совпадающую с центром масс  $C$  [4, 5]. При отклонении этого тела от положения равновесия на угол  $\varphi$  также возникает вращающий момент, стремящийся вернуть маятник в положение равновесия, его проекция на ось  $z$ :  $M_z = -mgd \sin\varphi$ , где  $m$  – масса тела;  $d$  – расстояние от оси вращения  $z$  до

центра масс  $C$ . При малых колебаниях угол  $\varphi$  мал, тогда можно принять  $\sin\varphi \approx \varphi$ . Применив

уравнение динамики вращательного движения  $M_z = \frac{Jd_2\varphi}{dt^2}$ , получим дифференциальное уравнение

гармонических колебаний физического маятника:  $\frac{Jd_2\varphi}{dt^2} = -mgd\varphi$  или  $\frac{d_2\varphi}{dt^2} + \left(\frac{mgd}{J}\right)\varphi = 0$ .

Сравнив это уравнение с уравнением колебаний материальной точки  $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$ , выражаем

период физического маятника:  $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{np}}{g}}$ , где  $l_{np} = J/md$  – приведенная длина физического маятника [3, 4].

Использование произвольных физических маятников удобно для нахождения отношений значений  $g$  в различных точках поля тяготения, но при определении самого значения  $g$  возникает трудность точного определения момента инерции маятника, что исключается в методе оборотного маятника, т.к. в его расчетных формулах отсутствует величина момента инерции маятника  $J_0$ . Так как экспериментально достаточно сложно выбрать точки (сопряженные) так, чтобы  $T_1 = T_2$  (с точностью  $0,2 \div 0,3\%$ ), то для повышения точности можно использовать теорему Штейнера, на основании которой конечная формула определения ускорения свободного падения будет выглядеть так:  $g = \frac{4\pi^2 l_{np}}{T_0^2}$ , где  $l_{np}$  – расстояние между выбранными точками на маятнике, а  $T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} \approx T_1 \approx T_2$  [4]. В ходе эксперимента при 50 малых колебаниях и  $l_{np} = 0,230\text{м}$  было проведено несколько серий измерений, в результате которых получено среднее значение ускорения свободного падения  $g_{cp} = 9,852944 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 9852944 \text{мГал}$  с относительной погрешностью  $\Delta g_{cp} = \pm 0.1125367 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 1125367 \text{мГал}$ . Таким образом, было установлено, что значение  $g_{теор} = 9.80665 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 980665 \text{мГал}$  (ускорение свободного падения на уровне моря и широте  $45^\circ$ ), которое принято за фундаментальное, входит в доверительный интервал экспериментально полученного значения ускорения свободного падения  $9.7404073 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \leq g_{cp} \leq 9.9654807 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ .

### Литература

1. Куликов К.А. Изменяемость широт и долгот / К.А. Куликов «Гос. изд-во физико-математической литературы» - М., 1962.
2. Перервенко Э.О., Андреева Н.В. Ускорение свободного падения на поверхности земли [Электронный ресурс]. URL:<http://www.scienceforum.ru/2014/553/1810> (дата обращения 12.12.2015)
3. Андреева Н. В., Баранова Я. Ю., Козлова Е. Р., Корнейчук М. А., Мартынова Н. С., Празина Е. А. Определение ускорения свободного падения маятниковым способом [Электронный ресурс] URL: <http://today.science-publish.ru> ( дата обращения 19.12.2015)
4. [Электронный ресурс] URL: <http://physics.tsu.tula.ru/bib/lab/3/lab5-meh.pdf> (дата обращения 18.12.2015)
5. Суточное изменение ускорения свободного падения / А.Н. Петренко, Н.В. Андреева // Физика конденсированного состояния: материалы XXI международной научно-практической конференции аспирантов, магистрантов и студентов (Гродно, 18-19 апреля 2013г.)/ ГрГУ им. Я. Купалы [и др.]; редкол.: Г.А. Хацкевич (гл. ред.) [и др.]. – Гродно: ГрГУ, 2013. С.211-213.
6. Интеграция гравиметрии с задачами геодезии и геофизики / Андреева Н.В., Зимица Д.А., Панченко П.А., Потапова А.С., Сорокоум Д.В., Фомина Н.Ю., Юнусов А.Д. // Материалы VI международной научно-практической конференции 21 век: фундаментальная наука и технологии, 20-21 апреля 2015г. North Charlesron, USA, Том 2, С. 139-142.