METHODS OF LINEAR SEARCH. BIBLION SEARCH AND FIBONACCI SEARCH

Kabardov A.S.[1], Khuranova L.Z.[2], Zakayev I.M.[3], Shidugov I.Z.[4], Semenova A.I.[5], Pazova B.I.[6] (Russian Federation) Email: Kabardov334@scientifictext.ru

[1]Kabardov Aslan Sosrukovich - Student,
DEPARTMENT OF INFORMATICS AND COMPUTER ENGINEERING;
[2]Khuranova Liana Zaurovna – Student,
DEPARTMENT MANAGEMENT IN TECHNICAL SYSTEMS;
[3]Zakayev Inal Mukharbievich - Student;
[4]Shidugov Islam Zhiraslanovich – Student,
DEPARTMENT INFORMATION TECHNOLOGIES IN MANAGEMENT OF TECHNICAL SYSTEMS,
INSTITUTE OF INFORMATICS, ELECTRONICS AND COMPUTER TECHNOLOGIES;
[5]Semenova Asiyat Ilyasovna – Student;
[6]Pazova Bella Igorevna – Student,
DEPARTMENT TOURISM,
INSTITUTE OF SOCIAL WORK AND TOURISM
KABARDINO-BALKARIAN STATE UNIVERSITY,
NALCHIK

Abstract: *we saw that in most optimization methods a linear search (the maximum value of the function f (x) of one variable x plays a central role.) How should this search be carried out? One of the methods could consist in calculating the function f (x) at equal intervals of length , say, 0.001 until we reach a maximum, but in practice the calculation of the function is often long, and such a method of "brute force" is very inefficient, even if we call on the computer to help. Can we think of anything better? Of course, can.*
Keywords: *Fibonacci, Search, method.*

МЕТОДЫ ЛИНЕЙНОГО ПОИСКА. БИСЕКЦИОННЫЙ ПОИСК И ПОИСК ФИБОНАЧЧИ

Кабардов А.С.[1], Хуранова Л.З.[2], Закаев И.М.[3], Шидугов И.Ж.[4], Семенова А.И.[5], Пазова Б.И.[6]
(Российская Федерация)

[1]Кабардов Аслан Сосрукович – студент,
кафедра информатики и вычислительной техники;
[2]Хуранова Лиана Зауровна – студент,
кафедра управления в технических системах;
[3]Закаев Инал Мухарбиевич – студент;
[4]Шидугов Ислам Жирасланович – студент,
кафедра информационных технологий в управлении техническими системами,
институт информатики, электроники и компьютерных технологий;
[5]Семенова Асият Ильясовна – студент;
[6]Пазова Белла Игоревна – студент,
кафедра туризма,
Институт социальной работы и туризма
Кабардино-Балкарский государственный университет,
г. Нальчик

Аннотация: *мы видели, что в большинстве методов оптимизации линейный поиск (максимального значения функции f(x) одной переменной x играет центральную роль. Как следует проводить этот поиск? Один из методов мог бы состоять в вычислении функции f(x) через равные промежутки длиной, скажем, 0,001, до тех пор, пока мы не достигнем максимума. Но на практике вычисление функции часто оказывается долгим, и такой метод «грубой силы» весьма неэффективен, даже если на помощь призвать ЭВМ. Можно ли придумать что-либо получше? Конечно, можно.*
Ключевые слова: *Фибоначчи, поиск, метод.*

Мы видели, что в большинстве методов оптимизации линейный поиск (максимального значения функции f(x) одной переменной x играет центральную роль. Как следует проводить этот поиск? Один из методов мог бы состоять в вычислении функции f(x) через равные промежутки длиной, скажем, 0,001 до тех пор, пока мы не достигнем максимума. Но на практике вычисление функции часто оказывается долгим, и такой метод «грубой силы» весьма неэффективен, даже если на помощь призвать ЭВМ. Таким образом, нам нужно искать стратегию наилучшего поиска, где слово «наилучший» мы употребляем в том смысле, что можно определить положение максимума с заданной степенью точности при наименьшем возможном числе оценок функции [1].

Чтобы сформулировать эту проблему точно, предположим, что известно, что функция одной переменной f(x) на промежутке (a, b) имеет единственный максимум. Мы хотим определить положение этого максимума с погрешностью (b—a) /r. (Это определяет степень требуемой точности.) Для этого нужно сделать некоторое число оценок функции f(x), скажем N. Определим процесс наилучшего поиска как такой, при котором для заданного r требуется наименьшее N (или, наоборот, для заданного N достигается наибольшее r).

Очевидный метод, хорошо подходящий для вычислений на ЭВМ, заключается в делении интервала погрешности (неопределенности) пополам. Он называется бисекционным методом поиска. Разделив промежуток пополам, мы должны оценить функцию в окрестности средней точки справа и слева от нее. Делается это с целью выяснить, возрастает или убывает функция в средней точке. Видно, что в методе бисекции для определения положения максимума функции с погрешностью, равной 1/8 первоначальной, необходимо 6 оценок функции. В общем случае, чтобы достичь точности r = 2n, требуется N = 2n оценок [2].

Можно ли придумать что-либо получше? Конечно, можно. Существует замечательная теорема, которая не только дает лучшую стратегию поиска, но и утверждает, что при некоторых, весьма общих предположениях данная стратегия оказывается наилучшей из возможных. Эта стратегия называется поиском. Фибоначчи, ибо положение точек, в которых вычисляется функция, связано с известной последовательностью Фибоначчи.

Леонардо из Пизы, известный больше как Фибоначчи, был выдающимся математиком средневековья и сыграл огромную роль в популяризации арабской числовой системы в Западной Европе. Его наиболее известная книга «Liber Abaci» появилась в 1202 году, и в ней содержалась задача о размножении кроликов, приводящая к последовательности, которая теперь носит его имя [3].

Определяющее свойство последовательности Фибоначчи в том, что каждый член ее (после второго) равен сумме двух предыдущих. Если условиться считать первый и второй члены равными единице, то эта последовательность имеет вид

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55,...

Теорема, устанавливающая главенство поиска Фибоначчи, формулируется так: если k является (N+l) членом последовательности Фибоначчи, то максимум функции можно найти с заданной степенью точности (как определено выше), вычисляя функцию для N различных значений x, при условии, что эти значения правильно выбраны. Это является наилучшей программой поиска в указанном выше смысле.

Поиск Фибоначчи основан на последовательном уменьшении интервала погрешности путем вычисления значений функции в правильно выбранных точках внутри текущего интервала. Рассмотрим для иллюстрации случай 6=13— седьмой член последовательности Фибоначчи. Теорема утверждает, что для определения положения максимума с точностью 1/13 первоначального интервала достаточно вычислить функцию в шести точках при условии, что эти точки выбираются правильно [4].

Предположим далее, что в интервале (a, b) функция f(x) обладает единственным максимумом, и примем для простоты, что x меняется линейно так, что всегда можно сделать a = 0 и 6=13. Вычислим сначала /(5) и /(8), где 5 и 8 — два члена последовательности, непосредственно предшествующие 13 Решающей особенностью здесь является то, что четыре точки (0, 5, 8, 13) обладают центральной симметрией относительно текущего промежутка (О, 13). Мы увидим, что эта особенность будет сохраняться всегда.

Теперь вычислим /(10); Выбор значения 10 диктуется необходимостью соблюдать центральную симметрию относительно текущего промежутка, а именно (5, 13). То, что эту симметричную картину всегда можно построить, сразу следует из определяющего свойства Е-последовательности. Пусть выполняется случай в, тогда максимум должен лежать в интервале (5, 10). Четвертое вычисление /(7) показано на рис. 3.6, д, где мы предположили, что /(7) меньше чем /(8). Область, таким образом, сузилась до интервала (7, 10). Здесь мы предположили, что /(9) больше, чем /(8), и область при этом сужается до промежутка (8, 10) [5].

Последнее вычисление функции / в точке 9,01 скорее похоже па расчеты при методе бисекции. Мы можем считать, что свойство симметрии все еще сохраняется, но с двумя внутренними точками, слившимися в центре интервала. Цель последнего вычисления — проверить, возрастает или убывает функция /(x) при' x=9. Если она возрастает, то максимум должен лежать в промежутке (9, 10), если убывает,— то в промежутке (8, 9). В любом случае мы достигли цели: определили положение максимума с погрешностью 1/13 первоначальной длины интервала путем вычисления функции в шести точках.

Теперь понятно, как можно обобщить наш пример. Каждое вычисление (после первого) сужает интервал с Fn до Fn-x. В конце концов область сводится к промежутку длиной E3 = 2, и еще одно вычисление вблизи средней точки завершает процесс, сводя интервал погрешности до E2= 1.

Преимущество поиска Фибоначчи над методом бисекции с ростом числа оценок функции неуклонно растет. Эта техника может быть перенесена на поиск максимума функции более чем одной переменной; такой метод носит название обобщенного поиска Фибоначчи.

Список литературы / References

1. *Ашманов С.А.* Линейное программирование / С.А. Ашманов. М., 2016.
2. Вычислительные методы и программирование / ред. В.И. Дмитриев, А.С. Ильинский, и др. М.: МГУ, 2015.
3. *Палий И.А.* Линейное программирование / И.А. Палий. М.: Эксмо, 2013.

4. Фаддеев, Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры / Д.К. Фаддеев, В.Н. Фаддеева. - М.: [не указано], 2013.
5. Юдин, Д. Б. Задачи и методы линейного программирования. Задачи транспортного типа / Д.Б. Юдин, Е.Г. Гольштейн. - М.: Либроком, 2014.