ELEMENTARY QUEUING THEORY

Kabardov A.S.[1], Semenova A.I.[2], Rodin A.N.[3], Balaeva F.R.[4], Pazova Z.I.[5], Shabatukov I.A.[6] (Russian Federation) Email: Shabatukov338@scientifictext.ru

[1]Kabardov Aslan Sosrukovich – Student,
DEPARTMENT OF INFORMATICS AND COMPUTER ENGINEERING,
INSTITUTE OF INFORMATICS, ELECTRONICS AND COMPUTER TECHNOLOGY;
[2]Semenova Asiyat Ilyasovna – Student,
DEPARTMENT TOURISM,
INSTITUTE OF SOCIAL WORK AND TOURISM,
KABARDINO-BALKARIAN STATE UNIVERSITY;
[3]Rodin Anton Nikolaevich – Student,
DEPARTMENT TECHNOLOGY OF PRODUCTION AND ORGANIZATION OF PUBLIC CATERING, TRADE AND TECHNOLOGY FACULTY,
KABARDINO-BALKARIAN AGRARIAN UNIVERSITY;
[4]Balaeva Farida Ramazanovna – Master,
DIRECTION: MEDICAL PHYSICS,
THEORETICAL AND EXPERIMENTAL DEPARTMENT,
INSTITUTE OF PHYSICS AND MATHEMATICS;
[5]Pazova Zalina Igorevna – Student,
DEPARTMENT ARCHITECTURAL DESIGN, DESIGN AND DECORATIVE AND APPLIED ART,
INSTITUTE OF ARCHITECTURE, CONSTRUCTION AND DESIGN,
KABARDINO-BALKARIAN STATE UNIVERSITY;
[6]Shabatukov Idar Amurovich – Student,
DEPARTMENT HEAT AND POWER ENGINEERING AND HEAT ENGINEERING, FACULTY OF ENERGY SUPPLY ENTERPRISES,
KABARDINO-BALKARIAN AGRARIAN UNIVERSITY,
NALCHIK

Abstract: *one of the simplest models of queue theory assumes that identical units (for example, customers) arrive, the queue is unlimited, and the service is conducted in the order of receipt by one channel, and the receipt of units and the service time are determined by the probability distribution. In many cases, it is reasonable to assume that the arrival and end-of-service rates are on average constant and independent of the time and state of the system at the moment. They say that such arrivals and service time are completely random. This means that if k is a constant corresponding to the average customer acquisition rate, then the probability of one customer coming in a short time can be considered equal to k times the length of this gap. For example, if k = 1/6 of receipts per second, then the probability of one arrival at any time for a period of 1/10 seconds (a short time!) Can be considered equal to 1/60.*
Keywords: *mathematics, queuing theory, programming.*

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ ОЧЕРЕДЕЙ

Кабардов А.С.[1], Семенова А.И.[2], Родин А.Н.[3], Балаева Ф.Р.[4], Пазова З.И.[5], Шабатуков И.А.[6] (Российская Федерация)

[1]Кабардов Аслан Сосрукович – студент,
кафедра информатики и вычислительной техники,
институт информатики, электроники и компьютерных технологий;
[2]Семенова Асият Ильясовна – студент,
кафедра туризма,
Институт социальной работы и туризма,
Кабардино-Балкарский государственный университет;
[3]Родин Антон Николаевич – студент,
кафедра технологии продукции и организации общественного питания,
торгово-технологический факультет,
Кабардино-Балкарский аграрный университет;
[4]Балаева Фарида Рамазановна – магистр,
направление: медицинская физика,
теоретическая и экспериментальная кафедра,
Институт физики и математики;
[5]Пазова Залина Игоревна – студент,
кафедра архитектурного проектирования, дизайна и декоративно-прикладного искусства,
Институт архитектуры, строительства и дизайна,
Кабардино-Балкарский государственный университет;
[6]Шабатуков Идар Амурович – студент,
кафедра теплоэнергетики и теплотехники, факультет энергообеспечения предприятий,
Кабардино-Балкарский аграрный университет,
г. Нальчик

Аннотация: *в одной из простейших моделей теории очередей предполагается, что поступают идентичные единицы (например, клиенты), очередь неограниченна и обслуживание ведется в порядке поступления одним каналом, а само поступление единиц и время обслуживания определяются распределением вероятности. Во многих случаях разумным оказывается предположение, что скорости прибытия и окончания обслуживания в среднем постоянны и не зависят от времени и состояния системы на данный момент. Говорят, что такие прибытия и время обслуживания совершенно случайны. Это означает, что если k— постоянная, соответствующая средней скорости поступления клиентов, то вероятность прихода одного клиента за короткий промежуток времени можно считать равной k, умноженной на длину этого промежутка. Например, если* $k = {}^{1}/_{6}$ *поступлений в секунду, то вероятность одного поступления в любое время за промежуток* ${}^{1}/_{10}$ *секунды (малый промежуток времени!) можно считать равной* ${}^{1}/_{60}$.
Ключевые слова: *математика, теория очередей, программирование.*

В одной из простейших моделей теории очередей предполагается, что поступают идентичные единицы (например, клиенты), очередь неограниченна, и обслуживание ведется в порядке поступления одним каналом, а само поступление единиц и время обслуживания определяются распределением вероятности. Во многих случаях разумным оказывается предположение, что скорости прибытия и окончания обслуживания в среднем постоянны и не зависят от времени и состояния системы на данный момент. Говорят, что такие прибытия и время обслуживания совершенно случайны. Это означает, что если k— постоянная, соответствующая средней скорости поступления клиентов, то вероятность прихода одного клиента за короткий промежуток времени можно считать равной k, умноженной на длину этого промежутка. Например, если $k = {}^{1}/_{6}$ поступлений в секунду, то вероятность одного поступления в любое время за промежуток ${}^{1}/_{10}$ секунды (малый промежуток времени!) можно считать равной ${}^{1}/_{60}$. Выбирая здесь малый интервал времени, мы можем считать, что вероятность двух или более приходов за этот интервал столь мала, что ею можно пренебречь. Более того, и это суть идеи случайности, то, что происходит за этот временной интервал, предполагается независимым от того, что происходит в любой другой интервал до или после этого [1].

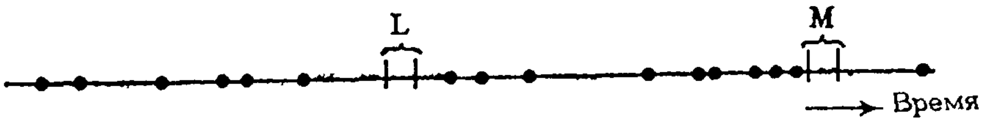

Рис. 1. Часть случайной последовательности приходов

Следует также помнить, что k определяет среднюю скорость поступления, фактически приходы будут поступать группами или нерегулярно. На рис. 1 приходы клиентов изображены точками на прямой. L и M — два коротких равных промежутка времени, поэтому и вероятность прихода за любой из них одинакова. Случайная последовательность приходов представляет собой весьма частный случай; в ней нет ничего неясного, неопределенного в противоположность обыденному пониманию слова «случайный». Это неплохое приближение, если клиенты выбираются из большой группы, причем каждый ведет себя независимо. Привлекательность этой модели еще и в том, что ее можно исследовать математически [2]!

При сделанных предположениях p_n — вероятность n приходов за время T — зависит от одной величины kT, которая представляет собой среднее число приходов за время T. (Средний промежуток времени между двумя последовательными приходами равен ${}^{1}/_{k}$. Так, если $k = {}^{1}/_{6}$, то средний интервал 6 секунд.) Это распределение p_n известно как *распределение Пуассона.* Оно названо по имени французского математика С. Д. Пуассона (1781-1840).

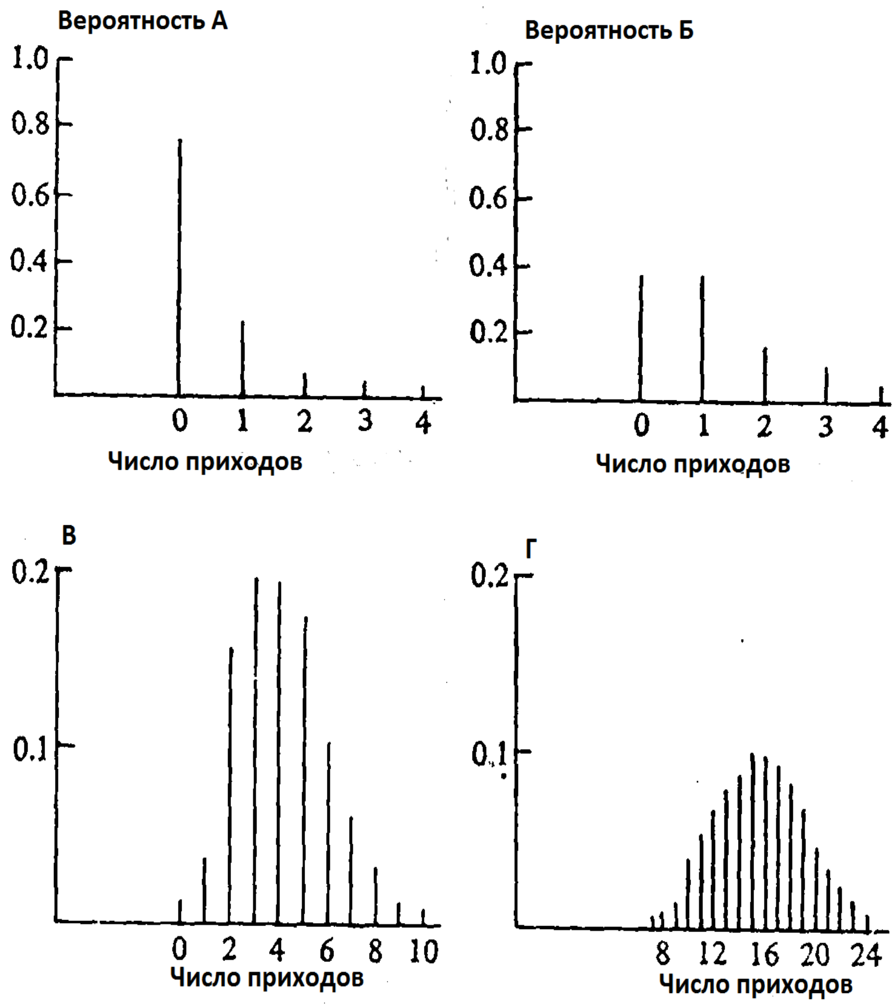

Рис. 2. Распределение Пуассона для числа случайных приходов за фиксированный отрезок времени: а – kT = $^1/_4$*; б – kT = 1; в – kT = 4; г – kT = 16, где kT – среднее число приходов за фиксированное время T [3]*

Выражение для p_n в виде формулы можно найти в специальной литературе. Рис. 2 дает некоторое представление о форме этого известного распределения для различных значений kT.

Если среднее время обслуживания равно 1/5, те же выражения (где k заменено на s) применимы и для окончания обслуживания при условии, конечно, что канал обслуживания занят.

В элементарных учебниках по статистике рассматриваются распределение Пуассона и два других основных распределения — биномиальное и нормальное, или гауссово [4].

В простейших ситуациях вроде той, которую мы только что обсуждали, состояние системы в любой момент времени полностью описывается числом клиентов в системе (обслуживаемых или ожидающих обслуживания), и анализ заключается в вычислении вероятностей, что система находится в том или ином состоянии. Эти вероятности получаются на основании вероятностей перехода системы из одного состояния в другое (вследствие либо прихода нового клиента, либо окончания обслуживания) за малый промежуток времени с последующим переходом к пределу при стремлении этого промежутка к нулю. Подобный анализ можно провести, если распределение вероятности является очень простым с математической точки зрения, вроде гауссового и некоторых других. В более сложных случаях мы должны прибегать к моделированию [5].

Если средние скорости прихода и обслуживания k и s постоянны и k меньше s, система в итоге приходит в стационарное состояние. Вероятность обнаружить, что очередь имеет данную длину, будет всегда одна и та же. В самом деле, вероятность, что n клиентов находятся в очереди, равна $r^n(1-r)$, где n может принимать значения 0, 1, 2, ..., а $r = {}^k/_s$ можно рассматривать как интенсивность движения. Математическое исследование стационарных состояний гораздо легче рассмотрения общих ситуаций, поэтому в элементарных теориях изучаются, как правило, именно стационарные состояния. В практических задачах стационарные решения могут оказаться полезными, но интерпретировать их нужно с осторожностью. Часто «внешние» условия не остаются постоянными достаточно долго, и система не успевает прийти в стационарное состояние.

Математический анализ подобного рода применим к большому кругу довольно простых моделей с различными распределениями вероятностей времен прихода и обслуживания. Поскольку и основная теория, и ее применения хорошо изложены в специальной литературе, мы не будем делать здесь обзор этой области.

В последние годы для решения задач теории очередей применяются методы интегральных уравнений и анализ марковских цепей, но это уже выходит за рамки нашей научной работы.

Список литературы / References

1. Исследование операций в экономике / Под ред. Н.Ш. Кремера. М.: Банки и биржи. ЮНИТИ, 1997.
2. *Ивановский В.Б., Чернов В.П.* Теория массового обслуживания. М.: ИНФРА-М, 2000.
3. *Рыжиков Ю.И.* Теория очередей и управление запасами. СПб., 2001.
4. Автоматизированные информационные технологии в экономике. / Под общ. ред. И.Т. Трубилина. М.: Финансы и статистика, 2000.
5. Информатика. Базовый курс. Под ред. С.В. Симоновича. СПб., 2000.
6. *Кабардов А.С.* Деревья решений / «International Scientific Review of the Problems and Prospects of Modern Science And Education». Boston. Usa. January 29-30, 2018. 44 с.
7. *Кабардов А.С.* Динамическое программирование / «International Scientific Review of the Problems and Prospects of Modern Science And Education». Boston. Usa. January 29-30, 2018. 47 с.
8. *Кабардов А.С.* Принцип оптимальности / «International Scientific Review of the Problems and Prospects of Modern Science And Education».(Boston. Usa. January 29-30, 2018. 51 с.
9. *Кабардов А.С.* Стохастические задачи / «International Scientific Review of the Problems and Prospects of Modern Science And Education». Boston. Usa. January 29-30, 2018. 54 с.