

## THE STUDY OF CRITICAL PATHS

Abdalyan T.G.<sup>1</sup>, Velichko D.A.<sup>2</sup>, Evloeva H.M.<sup>3</sup>, Margusheva Yu.H.<sup>4</sup>,  
Seynaroeva T.Yu.<sup>5</sup>, Nagoeva M.R.<sup>6</sup> (Russian Federation)

Email: Abdalyan353@scientifictext.ru

<sup>1</sup>Abdalyan Tatyana Gennadyevna – Student,  
DEPARTMENT MATHEMATICS,  
INSTITUTE OF PHYSICS AND MATHEMATICS  
KABARDINO-BALKARIAN STATE UNIVERSITY, NALCHIK;

<sup>2</sup>Velichko Demid Aleksandrovich - Student,  
DEPARTMENT OPERATION OF TRANSPORT AND TECHNOLOGICAL MACHINES AND COMPLEXES,  
POLYTECHNIC INSTITUTE  
NOVGOROD STATE UNIVERSITY NAMED AFTER YAROSLAV THE WISE, VELIKY NOVGOROD;

<sup>3</sup>Evloeva Hava Movsarovna – Master,  
DEPARTMENT HISTORY, FACULTY OF LAW,  
INGUSH STATE UNIVERSITY, MAGAS;

<sup>4</sup>Margusheva Yulia Hasanshevna - Student,  
FACULTY OF PHARMACY,  
NORTH OSSETIAN STATE MEDICAL ACADEMY, VLADIKAVKAZ;

<sup>5</sup>Seynaroeva Tamila Yunizovna - Student,  
DEPARTMENT AGRONOMY, FACULTY OF AGROENGINEERING,  
INGUSH STATE UNIVERSITY, MAGAS;

<sup>6</sup>Nagoeva Milana Ruslanovna - Student,  
DEPARTMENT JURISPRUDENCE,  
INSTITUTE OF LAW, ECONOMICS AND FINANCE  
KABARDINO-BALKARIAN STATE UNIVERSITY, NALCHIK

**Abstract:** the most important application of work diagrams or network design is to define critical paths. Critical is a directional path from the initial event to the final one, which has the longest total duration. Any work on the critical path is called critical, and the definition of such work is important for the effective drafting of the project.

The algorithm described below for determining the critical path is similar to the algorithm for choosing the cheapest path. Here optimization is about maximization, not minimization, and the fact that the network is directed without directed cycles leads to some simplification.

**Keywords:** mathematics; network; programming.

## ИССЛЕДОВАНИЕ КРИТИЧЕСКИХ ПУТЕЙ

Абдалян Т.Г.<sup>1</sup>, Величко Д.А.<sup>2</sup>, Евлоева Х.М.<sup>3</sup>, Маргушева Ю.Х.<sup>4</sup>,  
Сейнароева Т.Ю.<sup>5</sup>, Нагоева М.Р.<sup>6</sup> (Российская Федерация)

<sup>1</sup>Абдалян Татьяна Геннадьевна – студент,  
кафедра математики,  
Институт физики и математики  
Кабардино-Балкарский государственный университет, г. Нальчик;

<sup>2</sup>Величко Демид Александрович – студент,  
кафедра эксплуатации транспортно-технологических машин и комплексов,  
Политехнический институт  
Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого, г. Великий Новгород;

<sup>3</sup>Евлоева Хава Мовсаровна – магистр,  
кафедра истории, юридический факультет,  
Ингушский государственный университет, г. Магас;

<sup>4</sup>Маргушева Юлия Хасаншевна – студент,  
фармацевтический факультет,  
Северо-Осетинская государственная медицинская академия, г. Владикавказ;

<sup>5</sup>Сейнароева Тамила Юнызовна – студент,  
кафедра агрономии, агроинженерный факультет,  
Ингушский государственный университет, г. Магас;

<sup>6</sup>Нагоева Милана Руслановна – студент,  
кафедра юриспруденции,  
Институт права, экономики и финансов  
Кабардино-Балкарский государственный университет, г. Нальчик

**Аннотация:** Наиболее важное применение диаграммы работ или сетевого проектирования состоит в определении критических путей. Критический — это направленный путь из начального события в конечном, обладающий наибольшей общей длительностью. Всякая работа на критическом пути называется критической, и определение таких работ оказывается важным для эффективного составления проекта.

Излагаемый ниже алгоритм для определения критического пути похож на алгоритм выбора самого дешевого пути. Здесь оптимизация заключается в максимизации, а не в минимизации, а тот факт, что сеть является направленной без направленных циклов, приводит к некоторому упрощению.

**Ключевые слова:** математика; сети; программирование.

Наиболее важное применение диаграммы работ или сетевого проектирования состоит в определении критических путей. Критический — это направленный путь из начального события в конечном, обладающий наибольшей общей длительностью. Всякая работа на критическом пути называется критической, и определение таких работ оказывается важным для эффективного составления проекта. [1]

Излагаемый ниже алгоритм для определения критического пути похож на алгоритм выбора самого дешевого пути. Здесь оптимизация заключается в максимизации, а не в минимизации, а тот факт, что сеть является направленной без направленных циклов, приводит к некоторому упрощению. [2]

Предполагается, что вершины 1, 2, ... пронумерованы так, что если  $(i, j)$  — направленное ребро, то  $i < j$ . Вершина 1 — это начальное событие, вершина  $n$  — конечное. Алгоритм состоит из двух фаз: прямого поиска, во время которого мы последовательно маркируем вершины, и обратного, во время которого, собственно, и определяются критический путь и критические работы. Продолжительность работы, представленной ребром  $(i, j)$ , обозначается  $c(i, j)$ , и каждой вершине приписываются две метки —  $P(i)$ ,  $K(i)$ . Здесь нет нужды использовать временные значения, приписанные метки являются постоянными (так что «звездочки» не нужны). [3]

*Алгоритм выбора критического пути*

*Фаза I. Прямой поиск.*

*Шаг 1.* Маркировать начальное событие метками  $P(1) = K(1) = 0$ .

*Шаги*  $i = 2, 3, \dots, n$ :

а) для каждого ребра  $(i, j)$ , идущего в  $j$ , вычислить сумму  $K(i) + c(i, j)$ ;

б) выбрать из этих сумм наибольшую; пусть значение ее будет  $K(j)$  и пусть  $P(j)$  — значение  $i$ , для которого эта сумма наибольшая.

В конце фазы I значение  $K(i)$  для каждой вершины  $i$  равно полной продолжительности самого длинного направленного пути из вершины 1 в вершину  $i$  [4].

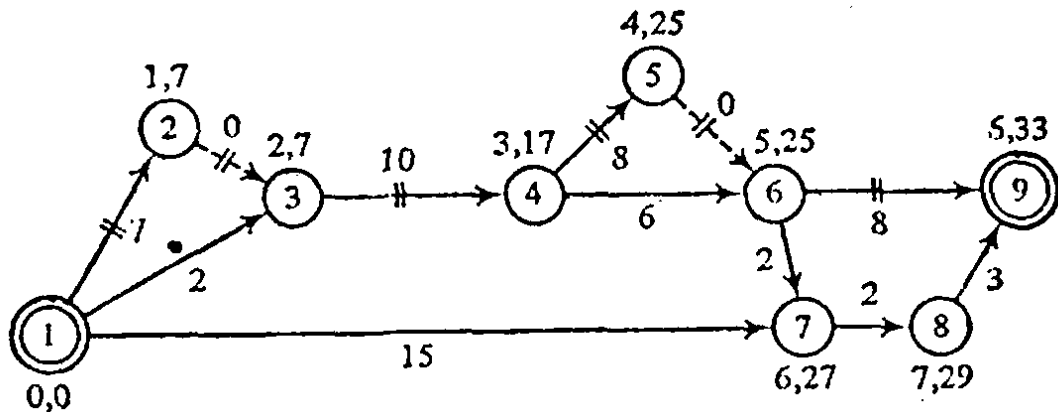


Рис. 1. Поиск критического пути. Первая метка у каждой вершины является номером предшествующей вершины на самом длинном пути от вершины 1 до данной; вторая метка — полная длина этого пути. Дважды перечеркнутые ребра — критические операции

*Фаза II. Обратный поиск.*

*Шаг 1.* Ребро  $(P(n), n)$ , т. е. ребро, соединяющее вершину  $P(n)$ , предшествующую конечному событию  $n$ , с  $n$ , отмечается двумя короткими поперечными линиями и объявляется критическим ребром.

*Шаги 2, 3, ...* Первый шаг повторяется для вершины  $P(n)$ , которая теперь играет роль  $n$ , до тех пор, пока не достигается вершина начального события.

Отмеченные таким образом критические ребра образуют в совокупности критический путь [5].

На языке анализа критических путей  $K(i)$  называется временем скорейшего появления события  $i$  и равно времени скорейшего появления начального события плюс продолжительность самого долгого пути от начального события до события  $i$ . Величина  $K(j) - K(i) - c(i, j)$  называется свободным резервом

времени и представляет время, на которое работа  $(i, j)$  может быть отложена или растянута без задержки начала любой последующей работы. Для каждого критического ребра свободный резерв времени равен нулю, но обратное неверно. Так, свободный резерв времени для критического ребра  $(2, 3)$  на рис. 1. равен нулю, но ребро  $(7, 8)$ , также имеющее нулевой свободный резерв времени, не является критическим.

Так же как и в алгоритме выбора самого дешевого пути, в пункте «б» фазы I может иметь место совпадение, но его можно разрешить, либо осуществляя произвольный выбор вершины, либо выбирая наименьшее значение  $i$ .

Компьютерные программы для исследования критического пути легкодоступны, и они оказываются исключительно эффективными. На практике обычно выполняются частые компьютерные прогоны, делающие сетевой проект по мере поступления новой информации более современным.

### *Список литературы / References*

1. *Афанасьев Л.Л. и др.* Единая транспортная система и автомобильные перевозки. М.: Транспорт, 1984. 465 с.
2. *Аникин Б.А., Тяпухин А.П.* Коммерческая логистика: Учеб. М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2005. 432 с.
3. *Бауэрсокс Дональд Дж., Клосс Дейвид Дж.* Логистика: интегрированная цепь поставок. М: Олимп-Бизнес, 2001. 640 с.
4. *Безуголова М.А.* Транспортные услуги в международной торговле: Учебн. пособие. Мурманск: Изд-во МГТУ, 2001. 91 с.
5. *Беленький А.С.* Исследование операций в транспортных системах: идеи и схемы методов оптимизации планирования. М.: Мир, 1992. 582 с.